Recensioni e Note bibliografiche

W. G. OSGOOD. *Lehrbuch der Funktionentheorie.* Zweiter Bd., Erste Lieferung, pag. VI + 242 (Teubner 1924, G. M. 8,60).

Questo volume dell'Osgood è dedicato alla Teoria delle funzioni di più variabili complesse. È noto quali profonde differenze s'incontrino fra queste funzioni e quelle di una sola variabile complessa: talchè appena esaurito il campo delle ovvie generalizzazioni l'attuale teoria ha dovuto attendere parecchi anni prima di conseguire risultati proprî e caratteristici.

Dei tre capitoli che contiene il fascicolo ora uscito darò un rapidissimo cenno.

Il primo (Integraldarstellungen und merfache Reihen - Die erweiterten Räume) estende alle questioni di più variabili e i concetti e i teoremi fondamentali delle funzioni di una variabile (funzione, limite, continuità, formula integrale di Cauchy, serie multiple, sviluppo in serie di Cauchy-Taylor, e prolungamento analitico ecc.). Mi sembrano del massimo interesse le osservazioni sulla natura degli elementi improprî dello spazio, cioè del gruppo di trasformazioni, rispetto al quale si vuol costruire una teoria delle funzioni: esse portano l'eco nel campo dell'analisi delle idee del Klein (elaborate a questo riguardo dall'Osgood e dal Bôcher) e porgono con geometrica evidenza ragione della diversa natura dei fatti che si presentano per una o per più variabili.

Il secondo capitolo (Implizite Funktionen-Teilbarkeit) poggia sul famoso « Vorbereitungssatz » di Weierstrass (di cui mi piace ricordare le recenti dimostrazioni elementari di Bliss e Mac Millan) ed ha per scopo di stabilire per le funzioni analitiche le nozioni di riducibilità e di divisibilità. Il problema d'inversione di un sistema di funzioni è trattato anche nel caso in cui il determinante Jacobiano si annulli, identicamente o meno: e sono ivi

presentati in forma organica i contributi notevolissimi e recenti della scuola americana.

Il terzo capitolo (Singuläre Stellen und analytische Fortsetzung-Rationale Funktionen) dà i teoremi di Hartogs e di Levi sul prolungamento analitico e meromorfo, il teorema di Osgood sulle condizioni sufficienti per il comportamento analitico (notevolissimo, perchè non ha l'equivalente nel campo reale) i teoremi di Cousin e di Gronwall che estendono quelli di Mittag-Leffler e di Weierstrass (sulla costruzione di una funzione con zeri assegnati), il teorema di Poincaré sulla rappresentabilità di una funzione meromorfa come quoziente di due funzioni analitiche, e infine le varie generalizzazioni di Hurwitz, Osgood ed altri, del teorema di Weierstrass che caratterizza le funzioni razionali (sia nello spazio dell'analisi che in quello proiettivo o in altri).

È superfluo insistere sull'importanza, evidente, di quest'opera: è invece da esprimere la speranza ch'essa serva di incitamento a riprendere quegli studi nei quali ha segnato durevolmente il suo nome il nostro E. E. Levi.

E. B.

***

ALDO MIELI, *Manuale di Storia della Scienza - Antichità: Storia, Antologia, Bibliografia* con due appendici di
MARIO VALLAURI, *La scienza dell'India antica* e
GIUSEPPE TUCCI, *La scienza nella Cina antica.*
Roma, Casa editrice Leonardo da Vinci, pag. XII, 567. L. 40.

L'A. offre in questo primo volume dedicato all'antichità e promette pei seguenti, una scelta di passi che vuol servire di guida allo studioso della storia della scienza. Per questo scopo ai passi accennati si accompagnano brevi cenni sulla genesi e lo sviluppo delle varie dottrine, che quei passi intendono chiarire come esempii significativi.

Riconosciamo volontieri l'utilità dell'opera e la bontà dell'idea che l'ispira. L'esecuzione del disegno ci sembra men buona. L'A. non è riuscito a porgere veramente una veduta sintetica della materia; nonchè fondere o armonizzare le trattazioni delle diverse scienze — che, secondo il titolo, parrebbe non dovessero essere semplicemente giustaposte l'una accanto all'altra — egli non segna neppure nei singoli campi del sapere, o per le diverse scuole, un ordine logico dello sviluppo delle idee. E bisogna dire che l'ordine cronologico degli autori riferiti rimane affatto estrinseco a codesto sviluppo e non risponde affatto all'esigenza didattica; poichè avviene, per esempio, che un passo di BOEZIO sull'acustica pitagoriga, capace d'illustrare lo spirito della spiegazione matematica della scuola, riceva un posto lontano ed isolato da questa, alla fine del volume (pag. 521).

Assai discutibili ci sembrano poi le valutazioni dell'A. e i suoi criterii di scelta. Citiamo, per esempio, il giudizio un po' sbrigativo su PLATONE, di cui l'importanza scientifica viene limitata al *Timeo*, riferendone un saggio sulla composizione geometrica degli atomi. Pur senza accedere alla tesi dello ZEUTHEN, che parla addirittura d'una riforma platonica della geometria per cui essa è divenuta una scienza razionale, ci sembra tuttavia che un'influenza benefica del filosofo non possa essere disconosciuta in questo campo, e ad illustrarla sarebbero valsi alcuni bei passi della *Repubblica*. Ma soprattutto stimiamo che a PLATONE debba qualcosa il concetto stesso della legge e della spiegazione scientifica; e intorno a ciò il *Teeteto* avrebbe offerto passi significativi — p. es. sul razionalismo sperimentale adombrato nella dottrina della scienza come δόξα ἀληθής μετὰ λόγου — tanto più interessanti se in essi vi è motivo di riconoscere le vedute di qualche precedente naturalista [1].

Mentre di PLATONE è messo soltanto in evidenza l'arbitrario fantastico e mistico, ARISTOTELE viene esaltato oltre misura (pag. 56), senza pur rilevare gli aspetti per cui le sue dottrine segnano un evidente e ben noto regresso rispetto ai predecessori. Ma soprattutto dispiace di vedere negletta e misconosciuta l'opera scientifica dei cosidetti Presocratici, il cui travaglio ha pur recato alla scienza le grandi idee creatrici, riprese e fecondate nell'epoca moderna: come sà ogni lettore di GALILEO. Tipici sono a tale proposito i giudizii dell'A. intorno alle ipotesi sulla costituzione della materia. A lui sembra infatti che tutte queste teorie raggiungano il loro vero perfezionamento in quella soluzione eclettica che è la teoria dei quattro elementi di Empedocle, e di fronte a questa e alla teoria *ben diversa, ma molto più sviluppata d'Aristotele* addita con un certo disdegno la *sterile teoria atomistica di Democrito e di Epicuro* (pag. 497), a tale proposito accennando leggermente alla *somiglianza che si voleva scorgere fra alcune teorie moderne e quelle antiche* (pag. 215). Discutere tali vedute è, o dovrebbe essere, superfluo per uno storico della scienza: ci limitiamo a rimandare ad opere classiche quali la *Geschichte*

---

(1) Cfr. ENRIQUES, *La teoria democritea della scienza nei dialoghi di Platone*, Rivista di filosofia, 1920; *Per la storia della logica*, Bologna, Zanichelli, 1922, § 6.

des Materialismus del LANGE e la *Geschichte der Atomistik* del LASSWITZ.

Ora, riguardando sotto altro aspetto all'opera presa in esame, dobbiamo rilevare alcuni errori nei commenti ove si accenna a sviluppi scientifici moderni, specialmente matematici. Per esempio l'A. crede che la trascendenza del numero e (base dei logaritmi neperiani) porti senz'altro quella di π e quindi l'impossibilità della quadratura del cerchio, che perciò è attribuita ad HERMITE anzichè a LINDEMANN (pag. 151). Invece è ben chiaro che per riconoscere π come trascendente occorre provare, non soltanto la trascendenza di e, bensì anche quella di e^x, dove x è un numero algebrico: che è appunto il merito di LINDEMANN [1].

Ma, senza indugiarci sopra simili appunti, termineremo queste righe dicendo che — nonostante i suoi difetti — l'opera del MIELI potrà render servigio ai giovani studiosi, eccitando in loro il desiderio di conoscere i testi originali e fornendo un'assai ampia bibliografia: sebbene anche per questa parte il lettore meno esperto potrebbe domandare un criterio razionale d'orientamento, facilmente afferrabile.

F. E.

*
* *

GINO LORIA, *Curve sghembe speciali, algebriche e trascendenti*. Vol. I: Curve algebriche. Bologna, Zanichelli, pag. XI, 374. L. 65.

Quest'opera fa seguito, in qualche modo, all'altra dello stesso A.: *Spezielle algebraische und trascendente ebene Kurven* (Teubner, Lipsia, 1910-11), che dispiace di non poter leggere in lingua italiana. Le curve sghembe vi sono studiate, con trattazione analitica elementare, mercè l'istrumento più naturale delle coordinate cartesiane. Il volume di cui diciamo, è particolarmente rivolto alle coniche nello spazio, alle cubiche gobbe, alle quartiche di prima e di seconda specie, e a curve speciali d'ordine superiore. Più d'un lettore sarà lieto di trovare qui ricordate e passate in rivista molte proprietà notevoli ed eleganti, specialmente metriche, che — nello sviluppo più recente di metodi superiori — vengono spesso dimenticate. Forse a qualcuno nascerà il desiderio di confrontare questa trattazione con altre d'indole diversa, ove i resultati sono conseguiti coi puri metodi della Geometria pro-

---

(1) Cfr. p. es. l'art. di B. CALÒ nelle *Questioni riguardanti le matematiche elementari* raccolte e coordinate da F. ENRIQUES.